Modellrisiko bei der Value-at-Risk-Berechnung für DAX-Optionen

von Lutz Johanning / Franziska Ernst

1. Einleitung

Die Popularität des Value-at-Risk (VaR) geht insbesondere auf die Empfehlung der Global Derivatives Study Group von 1993, Marktrisiken des derivativen Geschäfts mit dem VaR zu messen, sowie die bankaufsichtliche Anerkennung der internen VaR-Modelle durch den Basler Ausschuss für Bankenaufsicht keine drei Jahre später zurück.[1] Seit Bekanntwerden der beiden Empfehlungen hat sich das Marktrisikomanagement der Banken erheblich weiterentwickelt, und es wurden zahlreiche Beiträge zum Value-at-Risk und Risikomanagement veröffentlicht. Zumindest bei den empirisch geprägten Veröffentlichungen ist festzustellen, dass das ursprüngliche Ziel der Global Derivatives Study Group etwas in den Hintergrund getreten ist, nämlich den VaR im Risikomanagement für derivative Geschäfte einzusetzen, also im Geschäft mit Swaps, Terminkontrakten und Optionen.

Die VaR-Berechnung für Termingeschäfte ist besonders problematisch, da für die Produkte durch den Zeitverfall keine Kurshistorien vorliegen, wie beispielsweise bei Optionen. In einem solchen Fall sind die Preise zunächst mit einem anerkannten Bewertungsmodell zu simulieren, wozu Marktrisikofaktoren wie der Kurs und die Volatilität des Underlying sowie der risikofreie Zins benötigt werden („marking to the model"). Ein solches anerkanntes Bewertungsmodell ist beispielsweise das Modell von Black und Scholes für europäische Aktienoptionen, das auch vom Basler Ausschuss für die VaR-Berechnung im Rahmen der Anerkennung interner Modelle empfohlen wird.

In der Literatur zur Optionsbewertung wurde gezeigt, dass bei der Modellbewertung häufig systematische Ungenauigkeiten auftreten.[2] Darauf aufbauend stellt Johanning (2000) dar, dass solche Ungenauigkeiten bei der Bewertung von DAX-Optionen auch bei der VaR-Berechnung durchschlagen und zu einer erheblichen Fehleinschätzung des Risikos führen können, wenn diesem Modellrisiko nicht gesondert Rechnung getragen wird. Gibson et al. (1999) zerlegen das Modellrisiko in die Unsicherheiten, dass richtige Modell auszuwählen und die Modellparameter geeignet zu schätzen.[3]

1 Vgl. Global Derivatives Study Group (1993), Basler Ausschuss für Bankenaufsicht (1996a) und (1996b), BAKred (1997a) und (1997b) sowie die Beiträge von Traber und Meister et al. in diesem Handbuch.

2 Vgl. beispielsweise Trautmann (1989), Geske / Trautmann (1986), Rubinstein (1985) und Eberlein / Keller / Prause (1998).

3 Vgl. Gibson et al. (1999), S. 40.

In der Literatur zum Value-at-Risk ist das *Modellrisiko* bislang nur peripher berücksichtigt worden. Eine grundsätzliche Diskussion des Modellrisikos für den Zinsbereich befindet sich bei Gibson et al. (1999), die die nach den Basler Regelungen erhobenen Zuschlagsfaktoren zum Mindestmultiplikator von drei als „...ad hoc safety procedures to account for the impact of model risk“ ansehen.[4] Auch in empirischen Arbeiten zum VaR ist das Modellrisiko bislang nicht gesondert untersucht worden. So berechnen beispielsweise Bühler / Korn / Schmidt (1997), Pritsker (1997) und Duffie / Pan (1997) VaR-Werte für Portfolios mit fiktiven Black/Scholes-Optionen, so dass gerade nicht das Modellrisiko evident wird. Grundsätzlich ist davon auszugehen, dass in großen Portfolios das Bewertungsrisiko von Optionen kaum feststellbar ist, da sich Fehlbewertungen „diversifizieren“ können oder aufgrund des i.d.R. geringen Portfolioanteils von Optionen gar nicht ins Gewicht fallen.

Aus diesem Grund werden in dieser Untersuchung VaR-Werte für einzelne – an der DTB notierte – DAX-Optionen für den Zeitraum von Januar 1994 bis April 1996 nach der Historischen Simulation und nach der Monte-Carlo-Simulation berechnet. Die empirische Untersuchung hat zum Ziel, erste Ergebnisse zum Modellrisiko bei Verwendung des Black/Scholes-Modells für Aktienoptionen zu liefern.

Im nachfolgenden Abschnitt wird kurz die VaR-Berechnung nach der Historischen Simulation und nach der Monte-Carlo-Simulation sowie das Untersuchungsdesign beschrieben. Im dritten Abschnitt werden drei Ausprägungen des Modellrisikos vorgestellt, die bei der Black/Scholes-Bewertung auftreten können. Die empirischen Ergebnisse für Call-Optionen werden im vierten Abschnitt, die Ergebnisse für Put-Optionen im fünften Abschnitt gesondert nach Long- und Short-Positionen ausgewertet. Der Beitrag endet mit einem Fazit im sechsten Abschnitt.

2. VaR-Berechnung und Untersuchungsdesign

Datenbasis und Bestimmung der impliziten Volatilitäten

Für die Untersuchung liegen die Schlusskurse, Restlaufzeiten und Basispreise von DAX-Optionen für den Zeitraum Januar 1994 bis April 1996 mit Verfallsdaten Januar 1994 bis Dezember 1996 vor. Die VaR-Werte werden nach der *Historischen Simulation* und nach der *Monte-Carlo-Simulation* für einen historischen Betrachtungs-

[4] Gibson et al. (1999), S. 56.

zeitraum von 500 Tagen berechnet. Für die Simulation werden also DAX-Werte und Zinssätze für eine Vorlaufzeit von etwa zwei Jahren benötigt.[5] Die VaR-Werte werden nicht wie von der Bankenaufsicht vorgegeben für ein 99 %iges Konfidenzniveau und eine zehntägige Haltedauer, sondern für ein 95 %iges Konfidenzniveau und eine eintägige Haltedauer berechnet. Für ein Konfidenzniveau von 95 % spricht, dass mehr VaR-Überschreitungen beobachtet und somit genauere Ergebnisse beim Backtesting erzielt werden können. Durch die Verwendung der eintägigen Haltedauer kann eine Verkleinerung des Stichprobenumfangs auf Einzehntel, also auf 50 Tage, vermieden werden.

Bei *DAX-Optionen* handelt es sich um europäische Optionen, die also nur am Verfallstag ausgeübt werden können. Diese Eigenschaft gestattet es, den fiktiven Wert der DAX-Option über die Black/Scholes-Formel zu ermitteln:[6]

$$C = SN(d_1) - Br^{-Lfz} N(d_2), \tag{1}$$

mit $d_1 = \dfrac{\ln\left(\dfrac{S}{B}\right) + \left(\ln r + \dfrac{\sigma^2}{2}\right) Lfz}{\sigma\sqrt{Lfz}}$, $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{Lfz}$, S dem DAX-Kurs in t+1, B dem Basispreis, r dem risikolosen Zins für die Optionslaufzeit Lfz, σ der Momentanvolatilität p.a. und N(.) der kumulierten Standardnormalverteilung.[7]
Die Bewertung von Puts erfolgt über die Put-Call-Parität:

$$P = C - S + Br^{-Lfz}. \tag{2}$$

Bis auf die Volatilität können alle Daten am Kapitalmarkt beobachtet werden. In dieser Untersuchung wird für jeden Tag des Untersuchungszeitraumes die Volatilität implizit über die Black/Scholes-Formel für die nächste „am Geld“ liegende Option

---

[5] Die DAX- und Optionsdaten wurden freundlicherweise von der Karlsruher Kapitalmarktdatenbank (KKMDB) und die Zinsdaten von der Datenbank des Lehrstuhls für ABWL und Finanzierung, Prof. Bühler, Universität Mannheim, zur Verfügung gestellt. Bei den Zinsen sind der Tageszinssatz sowie der ein-, zwei-, drei-, sechs- und zwölf-Monatszinssatz für jeden Börsentag vorhanden. Da die Zinsdaten für unterschiedliche Restlaufzeiten benötigt werden, werden die fehlenden Daten mittels linearer Interpolation ermittelt.

[6] Vgl. Franke / Hax (1999), S. 369-375.

[7] Zu den Annahmen des Black/Scholes-Modells vgl. Schäfer (1995), S. 45-130.

bestimmt. Die *implizite Volatilität* für eine Call-Option σ_C ergibt sich nach der Approximationsgleichung von Corrado / Miller (1996) nach

$$\sigma_C = \frac{\sqrt{2\pi}}{(S + Br^{-Lfz})\sqrt{Lfz}} \left(C - \frac{S - Br^{-Lfz}}{2} + \sqrt{\left(C - \frac{S - Br^{-Lfz}}{2} \right) - \frac{(S - Br^{-Lfz})^2}{\pi}} \right) \quad (3)$$

Zur Ermittlung der impliziten Volatilität einer Put-Option muss (2) in (3) eingesetzt werden.[8]

Programmablauf und VaR-Berechnung

Bei der in VBA programmierten Berechnung wird zunächst geprüft, ob für den folgenden Börsentag in t+1 ein Optionspreis vorliegt. Nur für diesen Fall wird die implizite Volatilität nach dem oben beschriebenem Verfahren ermittelt und anschließend der VaR nach der Historischen Simulation und nach der Monte-Carlo-Simulation in fünf Schritten bestimmt:[9]

1. Simulation des DAX-Kurses in t+1: Bei der Historischen Simulation wird dieser Kurs auf Basis des DAX-Kurses in t und der ln-Rendite einer der 500 zurückliegenden Börsentage ermittelt. Bei der Monte-Carlo-Simulation ist dazu eine standardnormalverteilte Zufallszahl zu ziehen und über die geometrisch Brown´sche Bewegung der Kurs in t+1 zu ermitteln.[10]

---

8 Nach Corrado / Miller (1996) arbeitet die Approximation hinreichend genau für Optionen mit Restlaufzeiten von über zwei Monaten, die im Bereich +/– 10 % „am Geld" liegen. Für kürzere Restlaufzeiten liefert die Schätzungen nur noch für Optionen im Bereich +/– 5 % „am Geld" genaue Ergebnisse.

9 Zu den Verfahren der VaR-Berechnung vgl. den Beitrag von Huschens in diesem Handbuch.

10 Der Drift und die Momentanvolatilität werden bei der Monte-Carlo-Simulation aus den Renditen der 500 zurückliegenden Börsentage geschätzt. Die Volatilität könnte alternativ – wie oben diskutiert – implizit bestimmt werden. Die Tagesvolatilitäten werden durch Skalierung mit √250 in Jahresvolatilitäten umgerechnet. Dabei wird davon ausgegangen, dass ein Jahr 250 Börsentage aufweist. Die Black/Scholes-Formel verwendet im Gegensatz dazu 365 Kalendertage, da die Restlaufzeit und der Zins auf echter Zeitbasis angegeben werden. Vgl. zum „Calendar"- und „Trading Time"-Modell French (1984) und Uhlir / Sièvi (1990), S. 398.

2. Berechnung eines zukünftigen, potenziellen Optionspreises für $t+1$ durch Einsetzen des in 1. ermittelten DAX-Kurses in das Black/Scholes-Modell.
3. Ermittlung der Optionspreisänderung, indem vom in 2. berechneten zukünftigen Optionspreis der tatsächliche Optionspreis in t abgezogen wird.
4. Bei der Historischen Simulation werden die Schritte 1-3 fünfhundert Mal für die fünfhundert zurückliegenden Börsentage; bei der Monte-Carlo-Simulation fünftausend Mal wiederholt. Es resultiert eine Häufigkeitsverteilung der Optionspreisänderungen.
5. Der VaR ergibt sich als p-Quantil der Häufigkeitsverteilung der Optionspreisänderungen.

Die VaR-Werte werden für eine Long- und eine Short-Position, aber immer nur für jeweils eine einzige Option und nicht für Options-Portefeuilles berechnet. Für jede Option werden also vier VaR-Werte bestimmt. Da nur für die Optionen die Berechnung durchgeführt wird, für die am folgenden Tag ein DTB-Preis vorliegt, ist sichergestellt, dass ein Backtesting der VaR-Werte vorgenommen werden kann.[11] Neben den VaR-Werten werden zusätzlich die Black/Scholes-Optionspreise in t ermittelt und die tatsächlichen Optionspreise sowie alle Inputparameter in eine Ausgabedatei für spätere Analysen ausgegeben.

Nach den bankaufsichtlichen Vorgaben sind auch die implizite Volatilität und der Zins als Risikofaktoren, also als Risikoquellen, bei der VaR-Ermittlung für Optionen zu erfassen.[12] Insofern müssten diese Variablen wie der Aktienkurs ebenfalls stochastisch modelliert werden. Sowohl die Basler Regelungen als auch der Grundsatz I des Bundesaufsichtsamtes für das Kreditwesen (BAKred) sind in diesem Punkt nicht eindeutig. Denn neben der Erfassung der Volatilität und des Zinses als Risikofaktoren wird empfohlen, das Black/Scholes-Modell bei der VaR-Berechnung für Aktienoptionen zu verwenden. Bekanntlich ist in diesem Modell aber nur der Aktienkurs stochastisch. Bei zusätzlich stochastischen Zinsen und Volatilitäten müssten folglich andere Optionspreismodelle verwendet werden.[13] Zudem wäre zunächst zu klären, welche Verteilung diese Variablen aufweisen und wie die Korrelationen zwischen diesen Risikofaktoren zu bestimmen sind. Empirische Untersuchungen zeigen hier, dass insbesondere Volatilitäten nicht normalverteilt sind. Zur Vereinfachung und

---

[11] Vgl. zu Verfahren des Backtesting den Beitrag von Overbeck / Stahl in diesem Handbuch.

[12] Vgl. Basler Ausschuss für Bankenaufsicht (1996a) und BAKred (1997a).

[13] Vgl. dazu Duffie / Pan (1997) und die dort angegebene Literatur.

Erhöhung der Berechnungsgeschwindigkeit wird deshalb in dieser Untersuchung nur der Aktienkurs stochastisch modelliert.

3. Modellrisiken bei der VaR-Berechnung für Optionen

Beim dritten Schritt der Simulation besteht die Gefahr, dass Modellrisiken in die VaR-Berechnung einfließen. Zur Ermittlung des Optionspreisänderung wird nämlich vom theoretischen Black/Scholes-Wert in t+1 der tatsächliche Optionswert in t abgezogen. Es gibt grundsätzlich drei Möglichkeiten, den Optionspreis in t zu bestimmen. Je nachdem welcher Optionspreis angesetzt wird, ergibt sich ein unterschiedliches *Modellrisiko*.

– Das geringste Modellrisiko sollte auftreten, wenn jeder durch das Modell ermittelte Optionswert mit den Marktpreisen kalibriert wird, also für jede Option eine implizite Volatilität berechnet wird. Das Modellrisiko besteht dann darin, dass die Änderung des Optionswertes über den Modellpreis in t+1 nicht genau abgebildet werden kann. Ob dieser Ansatz praktikabel ist, hängt davon ab, wie viele Risikofaktoren pro Laufzeitreihe verwendet werden können bzw. wie stabil der Zusammenhang zwischen den impliziten Volatilitäten der Optionen einer Laufzeitreihe ist. Unterschiedliche implizite Volatilitäten einzusetzen, würde insbesondere bei großen Optionsbüchern zu einer erheblichen Erhöhung der Anzahl der Risikofaktoren führen. Schon jetzt sind die Banken aufgrund der Größe der Korrelationsmatrix mit Problemen konfrontiert, diese genau zu schätzen. Die Verwendung von statischen Add-Ons wäre nur dann praktikabel, wenn die impliziten Volatilitäten von out-of-the-money und in-the-money-Optionen immer um denselben Betrag von der impliziten Volatilität der at-the-money-Option abweicht. Ob solche Zusammenhänge existieren, müsste zuerst geklärt werden.
– Ein zweiter, praktikabler Ansatz kann darin bestehen, vom Modellwert in t+1 den Modellwert der Option in t abzuziehen, selbst wenn dieser Wert nicht dem beobachteten entspricht. Tatsächlich interessiert im Rahmen der VaR-Berechnung nicht der absolute Optionswert, sondern die Differenz der Marktwerte. Der Vorteil dieses Ansatzes ist, dass pro Laufzeitreihe nur eine implizite Volatilität benötigt wird, die Anzahl der Risikofaktoren also klein bleibt. Allerdings sollte das Modellrisiko größer als beim ersten Ansatz sein, da Optionspreisänderungen für in- und out-the-money-Optionen nicht genau abgebildet werden können.

– Das größte Modellrisiko besteht, wenn vom Modellwert in *t*+1 der tatsächliche Marktpreis in *t* abgezogen und pro Tag nur eine einzige implizite Volatilität ermittelt wird. Eine ungenaue Black/Scholes-Bewertung schlägt dann voll auf die VaR-Berechnung durch. Dieser Ansatz wird in dieser Untersuchung gewählt, ohne aber damit zu unterstellen, dass dieses Verfahren im Risikocontrolling der Banken oder gar für bankaufsichtliche Zwecke eingesetzt wird. Die in diesem Beitrag dargestellten Ergebnisse sollen lediglich die potenziellen Ausmaße des Modellrisikos aufzeigen und sind als erster Schritt einer umfangreicheren Untersuchung anzusehen, in dessen Verlauf auch die beiden ersten Ansätze getestet werden sollen.

Das Ausmaß des Modellrisikos beim dritten Ansatz lässt sich an einem einfachen Beispiel veranschaulichen. In Abbildung 1 sind die mit einer Monte-Carlo-Simulation generierten Häufigkeitsverteilungen der Marktwertänderungen eines Calls dargestellt. Die linke Verteilung entsteht bei korrekter Bewertung durch das Black/Scholes-Modell, die rechte Verteilung dagegen bei einer 30 %igen Überbewertung. Die Rechtsverschiebung der Verteilung hat zur Folge, dass der VaR für ein 99 %iges Konfidenzniveau von 132,5 bei genauer Bewertung auf einen Wert von −1,16 fällt.[14] Dieses einfache Beispiel zeigt, dass systematische Fehlbewertungen zu einer erheblichen Fehleinschätzung des Risikos führen können.

Wie die Tabelle 1 und Abbildung 2 verdeutlichen, lassen sich auch für den in dieser Studie verwendeten Datensatz der DAX-Optionen systematische Fehlbewertungen durch das Black/Scholes.Modell feststellen.[15] Dieses Ergebnis ist nicht überraschend, da alle Optionen einer Laufzeitreihe nur mit einer einzigen („at-the-money“) impliziten Volatilität bewertet werden. Die im Zeitraum Januar 1994 bis April 1996

[14] Vgl. ausführlicher zu diesem Beispiel, in dem der VaR für eine zehntägige Haltedauer berechnet wird, Johanning (2000), S. 262-263. An der Verteilung bei Überbewertung ist zu erkennen, dass diese fast vollständig im positiven Bereich liegt und der VaR, das 99 %-Quantil, aufgrund seiner Definition somit sogar einen negativen Wert annimmt.

[15] Vgl. zu systematischen Über- und Unterbewertungen beispielsweise Geske / Trautmann (1985), Trautmann (1989), Rubinstein (1985) und Eberlein / Keller / Prause (1998). Systematische Fehlbewertungen werden in der Literatur häufig auch unter dem bekannten Phänomen des „Volatility Smile“ diskutiert. Der „Volatility Smile“ beschreibt die Beobachtung, dass bei gleicher Laufzeit out-of-the-money und in-the-money Optionen häufig eine höhere implizite Volatilität aufweisen als at-the-money Optionen, wobei eine längere Restlaufzeit eine Abflachung des Smile-Effektes bewirkt. Der Smile-Effekt konnte insbesondere bis zum Börsencrash 1987 beobachtet werden, danach dagegen ein Abfallen der impliziten Volatilität mit ansteigendem Basispreis. Vgl. Dumas / Fleming / Whaley (1996) und Beinert / Trautmann (1992).

bewerteten 22.168[16] DAX-Calls werden durchschnittlich zu 7,39 % überbewertet. Die größten Überbewertungen ergeben sich bei out-of-the-money Calls mit durchschnittlich 32,68 % und bei einer Restlaufzeit von 12 bis 16 Wochen mit 10,72 %. Die maximale Überbewertung einer Klasse beträgt 41,96 %. In-the-money-Optionen werden in der Tendenz leicht unter- bzw. genau bewertet. Für denselben Zeitraum wird dagegen eine durchschnittliche Unterbewertung der 21.161 bewerteten Puts von −16,22 % festgestellt, wobei diese bei out-of-the-money-Puts durchschnittlich −66,96 % und bei Optionen mit einer Restlaufzeit unter 4 Wochen durchschnittlich −22,10 % beträgt. Die maximale Unterbewertung einer Klasse liegt bei −88,35 %.

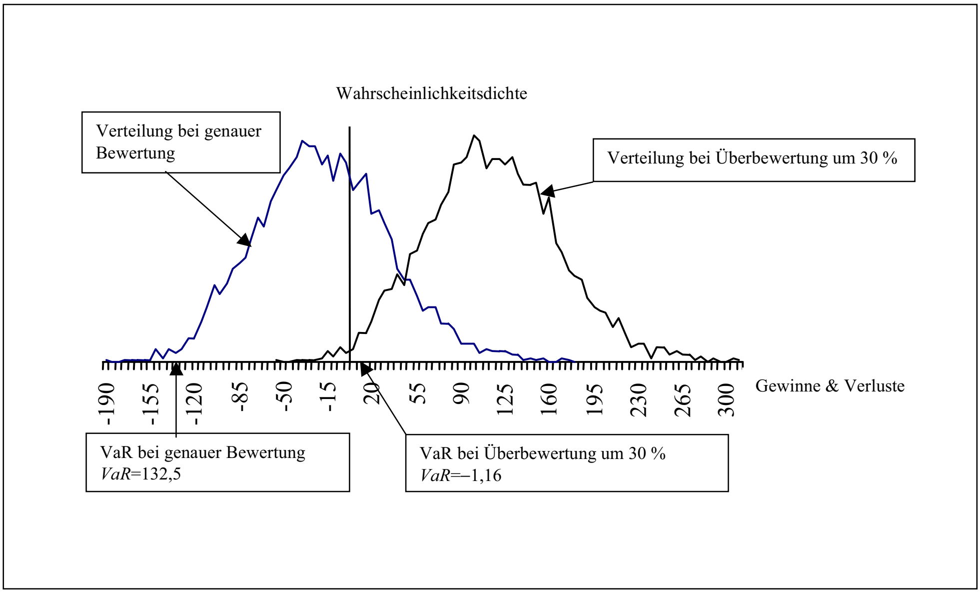


Abb. 1: VaR-Reduktion bei der 30 %igen Überbewertung eines Calls durch das Black/Scholes-Modell

Zusammenfassend lassen die Ergebnisse der Voruntersuchung erhebliche Defizite bei der VaR-Berechnung vermuten. Die Resultate dieser Analyse und des Backtesting werden in den folgenden Abschnitten vorgestellt.

---

[16] Insgesamt werden 22.679 Calls und 21.594 Puts bewertet. Da aber die Klassen mit Beobachtungen kleiner als 50 nicht ausgewertet werden, reduziert sich die Anzahl der Beobachtungen bei Calls auf 22.168 und bei Puts auf 21.161.

a) Black/Scholes-Bewertung für Calls

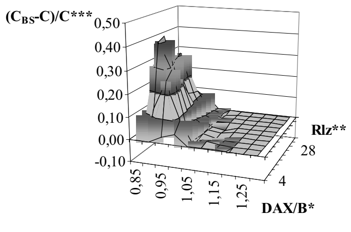
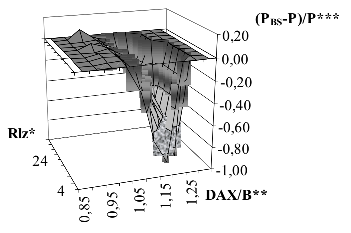
	DAX/B*										
Rlz**	**0,85**	**0,90**	**0,95**	**1,00**	**1,05**	**1,10**	**1,15**	**1,20**	**1,25**	**1,30**	**∅*****
4	--	--	0,0284	0,0489	-0,0004	0,0038	0,0042	-0,0014	--	--	**0,0207**
8	--	0,1305	0,2544	0,0885	-0,0114	0,0130	0,0042	--	--	--	**0,0845**
12	--	0,4065	0,2908	0,0642	-0,0075	-0,0068	0,0006	--	--	--	**0,1054**
16	--	0,4196	0,2350	0,0463	-0,0006	-0,0151	-0,0061	--	--	--	**0,1072**
20	--	0,3171	0,1925	0,0384	-0,0003	-0,0108	--	--	--	--	**0,0905**
24	--	0,2934	0,1405	0,0316	-0,0086	-0,0163	--	--	--	--	**0,0831**
28	--	0,3081	0,1285	0,0223	0,0011	--	--	--	--	--	**0,0989**
32	--	--	0,1180	0,0200	-0,0030	--	--	--	--	--	**0,0550**
36	--	--	0,0837	0,0123	-0,0052	--	--	--	--	--	**0,0399**
40	--	--	0,0621	0,0030	--	--	--	--	--	--	**0,0316**
∅***	**--**	**0,3268**	**0,1912**	**0,0580**	**-0,0052**	**0,0023**	**0,0025**	**-0,0014**	**--**	**--**	**0,0739**

b) Black/Scholes-Bewertung für Puts

	DAX/B*										
Rlz**	**0,85**	**0,9**	**0,95**	**1**	**1,05**	**1,1**	**1,15**	**1,2**	**1,25**	**1,3**	**∅*****
4	--	--	-0,0014	0,0034	-0,2164	-0,6643	-0,8713	--	--	--	**-0,2210**
8	--	--	0,0131	0,0186	-0,0893	-0,4055	-0,6992	-0,8835	--	--	**-0,1837**
12	--	--	0,0236	0,0191	-0,0569	-0,2616	-0,5333	-0,7590	--	--	**-0,1290**
16	--	--	0,0240	0,0203	-0,0478	-0,2078	-0,4447	-0,6273	--	--	**-0,1353**
20	--	--	--	0,0234	-0,0368	-0,1712	-0,3343	-0,5636	--	--	**-0,1432**
24	--	--	0,0512	0,0151	-0,0373	-0,1609	-0,3098	-0,5529	--	--	**-0,1268**
28	--	--	--	0,0136	-0,0356	-0,1500	-0,2944	--	--	--	**-0,0950**
32	--	--	--	0,0114	-0,0291	-0,1414	-0,2720	--	--	--	**-0,0902**
36	--	--	0,0906	0,0106	-0,0209	-0,1235	-0,2567	--	--	--	**-0,0555**
40	--	--	--	-0,0007	-0,0325	--	--	--	--	--	**-0,0208**
∅***	**--**	**--**	**0,0162**	**0,0133**	**-0,0986**	**-0,3455**	**-0,4895**	**-0,6696**	**--**	**--**	**-0,1622**

Untersuchungszeitraum 01/1994 bis 04/1996; Gesamtanzahl der Beobachtungen bei Calls 22.679 und bei Puts 21.594, keine Darstellung der Klassen mit einer Anzahl der Beobachtungen < 50, wodurch sich die Anzahl der Beobachtungen bei Calls auf 22.168 und bei Puts auf 21.161 reduziert, * DAX/B = DAX-Kurs geteilt durch Basispreis, ** Rlz = Restlaufzeit in Wochen, *** gewichtete Durchschnittswerte

Tab. 1: Durchschnittliche Options-Fehlbewertung nach Black/Scholes

a) Black/Scholes-Bewertung für Calls	b) Black/Scholes-Bewertung für Puts
	

Untersuchungszeitraum 01/1994 bis 04/1996; Gesamtanzahl der Beobachtungen bei Calls 22.679 und bei Puts 21.594, Darstellung der Klassen mit einer Anzahl der Beobachtungen < 50 als korrekte Bewertung (Fehlbewertung = 0), wodurch sich die Anzahl der Beobachtungen bei Calls auf 22.168 und bei Puts auf 21.161 reduziert, * DAX/B = DAX-Kurs geteilt durch Basispreis, ** Rlz = Restlaufzeit in Wochen, *** C_{BS} = Call-Preis nach Black/Scholes; C = tatsächlicher Call-Preis, P_{BS} = Put-Preis nach Black/Scholes; P = tatsächlicher Put-Preis

Abb. 2: Durchschnittliche Options-Fehlbewertung nach Black/Scholes

4. Empirische Ergebnisse für Call-Optionen

Ergebnisse für Long-Calls

Zunächst wird geprüft, wie häufig der VaR für Long-Calls von den tatsächlichen Optionspreisänderungen in t+1 überschritten wird. Da der VaR für ein 95 %iges Konfidenzniveau berechnet wird, sollte das historisch zu beobachtende Erfassungsniveau ebenfalls in dieser Größenordnung liegen. Die für die Historische Simulation und und Monte-Carlo-Simulation vergleichbaren Ergebnisse werden in der Tabelle 2 sowie in der Abbildung 3 dargestellt. Das durchschnittliche Erfassungsniveau über alle 22.168 ausgewerteten Optionen liegt bei 88,76 % für die Historische Simulation und bei 89,62 % für die Monte-Carlo-Simulation. Erwartungsgemäß liegt das Erfassungsniveau bei out-of-the-money-Calls teilweise in einer Klasse unter 50 %. Im Durchschnitt wird bei diesen Optionen ein Erfassungsniveau von 62,21 % bzw. 64,37 % erzielt. Durch die starke Überbewertung von out-of-the-money-Calls treten bei der Historischen Simulation 787 und bei der Monte-Carlo-Simulation 721 negative VaR-Werte auf (siehe dazu auch Abbildung 1). Überraschend ist zudem, dass das durchschnittliche Erfassungsniveau mit zunehmender Restlaufzeit abnimmt und bei einer Restlaufzeit von 36 bis 40 Wochen für beide Simulationen nur noch 88,24 % beträgt.

Neben der Häufigkeit der VaR-Überschreitungen ist insbesondere – auch aus Sicht der Bankenaufsicht – die Höhe der VaR-Überschreitung von Interesse. Die Tabelle 3 gibt die durchschnittliche Überschreitungshöhe für die 2.029 bzw. 1.877 VaR-Überschreitungen bei der Historischen bzw. Monte-Carlo-Simulation an, bei denen keine positiven VaR-Werte vorliegen.[17] Bei der Interpretation der Tabelle ist zu beachten, dass nur solche Klassen ausgewertet werden, die mit mindestens zwanzig Beobachtungen besetzt sind. Dadurch verringert sich die Anzahl der VaR-Überschreitungen bei der Historischen Simulation um 212 auf 1.817 und bei der Monte-Carlo-Simulation um 235 auf 1.642. Die durchschnittliche Überschreitungshöhe liegt bei der Historischen Simulation bei 2,87 und bei der Monte-Carlo-Simulation bei 3,93, wobei diese insbesondere bei out-of-the-money-Calls hoch ist.

---

[17] Die Überschreitungshöhe errechnet sich aus ΔV_{t+1} / VaR_t, mit ΔV_{t+1} als Optionspreisänderung in t+1.

a) Historische Simulation

	DAX/B*										
Rlz**	**0,85**	**0,90**	**0,95**	**1,00**	**1,05**	**1,10**	**1,15**	**1,20**	**1,25**	**1,30**	**∅*****
4	--	--	0,9492	0,9457	0,9603	0,9562	0,9500	0,9412	--	--	**0,9527**
8	--	0,9263	0,8324	0,9112	0,9487	0,9582	0,9541	--	--	--	**0,9119**
12	--	0,6220	0,7343	0,8884	0,9191	0,9406	0,9211	--	--	--	**0,8549**
16	--	0,5037	0,7011	0,8890	0,9380	0,9292	0,9455	--	--	--	**0,8269**
20	--	0,6087	0,7400	0,8855	0,9317	0,9351	--	--	--	--	**0,8376**
24	--	0,6489	0,7812	0,9175	0,9247	0,9710	--	--	--	--	**0,8508**
28	--	0,4706	0,7437	0,9199	0,9386	--	--	--	--	--	**0,7936**
32	--	--	0,7617	0,8980	0,9608	--	--	--	--	--	**0,8547**
36	--	--	0,8254	0,9243	0,9571	--	--	--	--	--	**0,8874**
40	--	--	0,8411	0,9211	--	--	--	--	--	--	**0,8824**
∅***	**--**	**0,6221**	**0,7877**	**0,9108**	**0,9450**	**0,9526**	**0,9460**	**0,9412**	**--**	**--**	**0,8876**

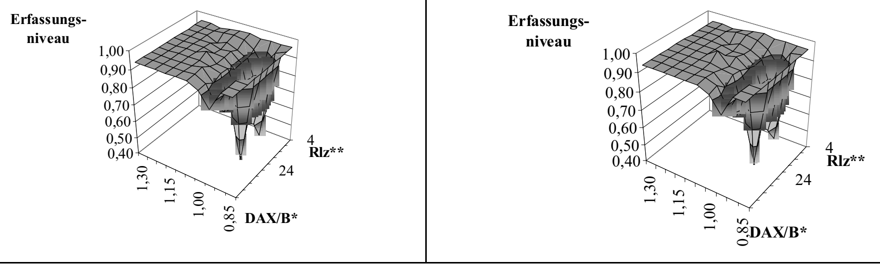
b) Monte-Carlo-Simulation

	DAX/B*										
Rlz**	**0,85**	**0,9**	**0,95**	**1**	**1,05**	**1,1**	**1,15**	**1,2**	**1,25**	**1,3**	**∅*****
4	--	--	0,9551	0,9515	0,9652	0,9605	0,9500	0,9412	--	--	**0,9576**
8	--	0,9368	0,8484	0,9221	0,9531	0,9665	0,9633	--	--	--	**0,9217**
12	--	0,6585	0,7464	0,8963	0,9305	0,9455	0,9211	--	--	--	**0,8654**
16	--	0,5259	0,7206	0,8926	0,9355	0,9292	0,9455	--	--	--	**0,8345**
20	--	0,6087	0,7550	0,9036	0,9478	0,9351	--	--	--	--	**0,8523**
24	--	0,6718	0,8031	0,9216	0,9247	0,9855	--	--	--	--	**0,8624**
28	--	0,4902	0,7588	0,9303	0,9386	--	--	--	--	--	**0,8058**
32	--	--	0,7660	0,8980	0,9510	--	--	--	--	--	**0,8547**
36	--	--	0,8360	0,9351	0,9571	--	--	--	--	--	**0,8964**
40	--	--	0,8411	0,9211	--	--	--	--	--	--	**0,8824**
∅***	**--**	**0,6437**	**0,8016**	**0,9189**	**0,9502**	**0,9581**	**0,9480**	**0,9412**	**--**	**--**	**0,8962**

Untersuchungszeitraum 01/1994 bis 04/1996; Gesamtanzahl der Beobachtungen 22.679, keine Darstellung der Klassen mit einer Anzahl der Beobachtungen < 50, wodurch sich die Anzahl der Beobachtungen auf 22.168 reduziert, * DAX/B = DAX-Kurs geteilt durch Basispreis, ** Rlz = Restlaufzeit in Wochen, *** gewichtete Durchschnittswerte

Tab. 2: Beobachtetes Erfassungsniveau bei einem VaR(95%) für Long-Calls

a) Historische Simulation	b) Monte-Carlo-Simulation



Untersuchungszeitraum 01/1994 bis 04/1996; Gesamtanzahl der Beobachtungen 22.679, Darstellung der Klassen mit einer Anzahl der Beobachtungen < 50 mit Erfassungsniveau von 95 %, wodurch sich die Anzahl der Beobachtungen auf 22.168 reduziert, * DAX/B = DAX-Kurs geteilt durch Basispreis, ** Rlz = Restlaufzeit in Wochen

Abb. 3: Beobachtetes Erfassungsniveau bei einem VaR(95%) für Long-Calls

Bei der Historischen Simulation kommt es damit in 50, bei der Monte-Carlo-Simulation in 31 Fällen zu einer Überschreitung des hypothetischen Mindesteigenkapitals von $EK_t = VaR_t \cdot 4{,}24 \cdot \sqrt{10}$,[18] wobei nur die Fälle gezählt werden, in denen keine negativen VaR-Werte vorliegen.

a) Historische Simulation

	DAX/B*										
Rlz**	**0,85**	**0,90**	**0,95**	**1,00**	**1,05**	**1,10**	**1,15**	**1,20**	**1,25**	**1,30**	**∅*****
4	--	--	1,4933	1,2125	1,2799	1,3669	--	--	--	--	**1,2840**
8	--	--	2,2382	1,6086	1,3440	1,2737	--	--	--	--	**1,7451**
12	--	7,7651	4,0001	1,9863	1,3173	--	--	--	--	--	**2,9245**
16	--	7,1656	9,0151	2,0309	1,4917	--	--	--	--	--	**5,4870**
20	--	--	3,1136	1,4798	--	--	--	--	--	--	**2,4189**
24	--	2,8092	2,7164	1,8255	--	--	--	--	--	--	**2,4504**
28	--	--	6,5406	1,9391	--	--	--	--	--	--	**5,4927**
32	--	--	4,3485	3,4050	--	--	--	--	--	--	**3,9947**
36	--	--	2,1755	--	--	--	--	--	--	--	**2,1755**
40	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
∅***	**--**	**6,1068**	**4,3370**	**1,7779**	**1,3318**	**1,3303**	**--**	**--**	**--**	**--**	**2,8691**

b) Monte-Carlo-Simulation

	DAX/B*										
Rlz**	**0,85**	**0,9**	**0,95**	**1**	**1,05**	**1,1**	**1,15**	**1,2**	**1,25**	**1,3**	**∅*****
4	--	--	1,3683	1,1914	1,2528	1,3436	--	--	--	--	**1,2498**
8	--	--	2,2644	2,9789	33,6039	--	--	--	--	--	**8,7005**
12	--	9,8102	2,7201	1,7131	1,3072	--	--	--	--	--	**2,4888**
16	--	5,0272	4,2421	1,6351	1,4365	--	--	--	--	--	**3,0350**
20	--	--	4,2263	1,4839	--	--	--	--	--	--	**3,1572**
24	--	--	3,2225	1,6126	--	--	--	--	--	--	**2,6227**
28	--	--	3,5888	2,0189	--	--	--	--	--	--	**3,2548**
32	--	--	2,9268	2,3554	--	--	--	--	--	--	**2,7125**
36	--	--	2,1044	--	--	--	--	--	--	--	**2,1044**
40	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
∅***	**--**	**7,6844**	**3,1130**	**1,9791**	**11,5128**	**1,3436**	**--**	**--**	**--**	**--**	**3,9334**

Untersuchungszeitraum 01/1994 bis 04/1996; Gesamtanzahl der VaR-Überschreitungen bei der Historischen Simulation 2.029, bei der Monte-Carlo-Simulation 1.877, keine Darstellung der Klassen mit einer Anzahl der Beobachtungen < 20, wodurch sich die Anzahl der Beobachtungen bei der Historischen Simulation auf 1.817 und bei der Monte-Carlo-Simulation auf 1.642 reduziert, * DAX/B = DAX-Kurs geteilt durch Basispreis, ** Rlz = Restlaufzeit in Wochen, *** gewichtete Durchschnittswerte

Tab. 3: Durchschnittliche VaR-Überschreitung für Long-Calls

[18] Nach den bankaufsichtlichen Vorgaben wird das Mindesteigenkapital errechnet, indem der VaR für ein Konfidenzniveau von 99 % und eine zehntägige Haltedauer mit dem Mindestmultiplikator von drei multipliziert wird. Vgl. Basler Ausschuss für Bankenaufsicht (1996a), S. 39-50. Bei einem 95 %igen Konfidenzniveau ist deshalb ein Multiplikator von 4,24 zu verwenden. Die Multiplikation mit √10 erfolgt, da in dieser Untersuchung mit einer eintägigen Haltedauer gearbeitet wird. Vgl. zu diesem Ansatz Johanning (1998), S. 203 ff.

Als Zwischenfazit ist festzuhalten, dass durch die systematische Überbewertung von out-of-the-money-Long-Calls der VaR erheblich unterschätzt wird, wobei das tatsächliche Erfassungsniveau bei der Monte-Carlo-Simulation geringfügig höher liegt als bei der Historischen Simulation. Allerdings ist die durchschnittliche Überschreitungshöhe bei der Monte-Carlo-Simulation deutlich größer. Die bankaufsichtliche Multiplikatorregelung kann nur sehr unzureichend das Modellrisiko kompensieren, da immerhin 50 bzw. 31 Eigenkapitalaufzehrungen auftreten.

Ergebnisse für Short-Calls

Sind Long-Calls überbewertet, so sind die Short-Positionen entsprechend unterbewertet. Da eine Unterbewertung eine Linksverschiebung der Häufigkeitsverteilung der Marktwertänderungen und somit auch des 95 %-Quantils bewirkt, ist zu vermuten, dass der VaR für Short-Calls erheblich überschätzt wird. Die Ergebnisse in Tabelle 4 und Abbildung 4 bestätigen diese Vermutung. Das durchschnittliche Erfassungsniveau liegt bei 96,37 % für die Historische Simulation und bei 97,05 % für die Monte-Carlo-Simulation. Nur bei in-the-money-Short-Calls mit kurzer Restlaufzeit liegen die beobachteten Erfassungsniveaus mit Werten von minimal 84,18 % bzw. 85,55 % deutlich unter der 95 % Marke. Mit wenigen Ausnahmen werden ansonsten in fast allen Klassen Erfassungsniveaus von über 95 % beobachtet. Die Anzahl der negativen VaR-Werte beträgt bei der Historischen Simulation 171 und bei der Monte-Carlo-Simulation 145.

Tabelle 5 zeigt die durchschnittliche Überschreitungshöhe für die 729 bzw. 596 VaR-Überschreitungen bei der Historischen bzw. Monte-Carlo-Simulation, bei denen keine negativen VaR-Werte vorliegen. Da wieder nur solche Klassen ausgewertet werden, die mit mindestens zwanzig Beobachtungen besetzt sind, verringert sich die Anzahl der VaR-Überschreitungen bei der Historischen Simulation auf 509 und bei der Monte-Carlo-Simulation auf 378. Die durchschnittliche Überschreitungshöhe liegt bei der Historischen Simulation bei 2,08 und bei der Monte-Carlo-Simulation bei 2,07. Auffallend ist, dass bei at-the-money-Short-Calls mit einer Restlaufzeit von 12 bis 16 Wochen die durchschnittliche Überschreitungshöhe bei der Historischen Simulation 9,63 beträgt. Bei der Historischen Simulation wird 5 Mal, bei der Monte-Carlo-Simulation 4 Mal das hypothetische Mindesteigenkapital überschritten, wobei nur die Fälle gezählt werden, in denen keine negativen VaR-Werte vorliegen.

a) Historische Simulation

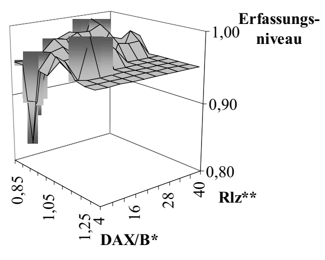
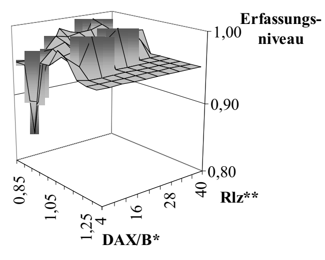
	DAX/B*										
Rlz**	**0,85**	**0,90**	**0,95**	**1,00**	**1,05**	**1,10**	**1,15**	**1,20**	**1,25**	**1,30**	**∅*****
4	--	--	0,8418	0,9494	0,9464	0,9760	0,9731	0,9529	--	--	**0,9428**
8	--	0,8737	0,9689	0,9718	0,9620	0,9540	0,9450	--	--	--	**0,9649**
12	--	0,9451	0,9846	0,9758	0,9637	0,9851	1,0000	--	--	--	**0,9746**
16	--	0,9778	0,9804	0,9626	0,9702	0,9558	0,9818	--	--	--	**0,9700**
20	--	0,9855	0,9875	0,9779	0,9598	0,9870	--	--	--	--	**0,9783**
24	--	0,9618	0,9869	0,9567	0,9331	0,9710	--	--	--	--	**0,9638**
28	--	1,0000	0,9950	0,9861	0,9737	--	--	--	--	--	**0,9900**
32	--	--	0,9745	0,9451	0,9706	--	--	--	--	--	**0,9611**
36	--	--	0,9683	0,9838	0,9714	--	--	--	--	--	**0,9752**
40	--	--	0,9533	0,9737	--	--	--	--	--	--	**0,9638**
∅***	**--**	**0,9569**	**0,9650**	**0,9665**	**0,9568**	**0,9696**	**0,9720**	**0,9529**	**--**	**--**	**0,9637**

b) Monte-Carlo-Simulation

	DAX/B*										
Rlz**	**0,85**	**0,9**	**0,95**	**1**	**1,05**	**1,1**	**1,15**	**1,2**	**1,25**	**1,3**	**∅*****
4	--	--	0,8555	0,9600	0,9603	0,9845	0,9769	0,9529	--	--	**0,9540**
8	--	0,8947	0,9699	0,9760	0,9683	0,9644	0,9633	--	--	--	**0,9702**
12	--	0,9573	0,9879	0,9826	0,9730	0,9851	1,0000	--	--	--	**0,9810**
16	--	0,9926	0,9840	0,9686	0,9777	0,9558	0,9818	--	--	--	**0,9757**
20	--	0,9855	0,9875	0,9819	0,9679	0,9870	--	--	--	--	**0,9814**
24	--	0,9695	0,9891	0,9670	0,9414	1,0000	--	--	--	--	**0,9718**
28	--	1,0000	0,9950	0,9895	0,9825	--	--	--	--	--	**0,9922**
32	--	--	0,9787	0,9490	0,9902	--	--	--	--	--	**0,9679**
36	--	--	0,9683	0,9838	0,9714	--	--	--	--	--	**0,9752**
40	--	--	0,9533	0,9825	--	--	--	--	--	--	**0,9683**
∅***	**--**	**0,9670**	**0,9681**	**0,9730**	**0,9667**	**0,9775**	**0,9780**	**0,9529**	**--**	**--**	**0,9705**

Untersuchungszeitraum 01/1994 bis 04/1996; Gesamtanzahl der Beobachtungen 22.679, keine Darstellung der Klassen mit einer Anzahl der Beobachtungen < 50, wodurch sich die Anzahl der Beobachtungen auf 22.168 reduziert, * DAX/B = DAX-Kurs geteilt durch Basispreis, ** Rlz = Restlaufzeit in Wochen, *** gewichtete Durchschnittswerte

Tab. 4: Beobachtetes Erfassungsniveau bei einem VaR(95%) für Short-Calls

a) Historische Simulation	b) Monte-Carlo-Simulation
	

Untersuchungszeitraum 01/1994 bis 04/1996; Gesamtanzahl der Beobachtungen 22.679, Darstellung der Klassen mit einer Anzahl der Beobachtungen < 50 mit Erfassungsniveau von 95 %, wodurch sich die Anzahl der Beobachtungen auf 22.168 reduziert, * DAX/B = DAX-Kurs geteilt durch Basispreis, ** Rlz = Restlaufzeit in Wochen

Abb. 4: Beobachtetes Erfassungsniveau bei einem VaR(95%) für Short-Calls

a) Historische Simulation

	DAX/B*										
Rlz**	**0,85**	**0,90**	**0,95**	**1,00**	**1,05**	**1,10**	**1,15**	**1,20**	**1,25**	**1,30**	**∅*****
4	--	--	6,0431	1,6280	1,2695	--	--	--	--	--	**2,0346**
8	--	--	2,0097	1,4227	1,2740	1,2265	--	--	--	--	**1,4343**
12	--	--	--	1,3402	1,2129	--	--	--	--	--	**1,2852**
16	--	--	--	9,6303	--	--	--	--	--	--	**9,6303**
20	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
24	--	--	--	1,3251	--	--	--	--	--	--	**1,3251**
28	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
32	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
36	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
40	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
∅***	**--**	**--**	**4,0645**	**2,3924**	**1,2607**	**1,2265**	**--**	**--**	**--**	**--**	**2,0826**

b) Monte-Carlo-Simulation

	DAX/B*										
Rlz**	**0,85**	**0,9**	**0,95**	**1**	**1,05**	**1,1**	**1,15**	**1,2**	**1,25**	**1,3**	**∅*****
4	--	--	9,1210	1,5894	1,2681	--	--	--	--	--	**2,6979**
8	--	--	1,7234	1,3963	1,2502	--	--	--	--	--	**1,4053**
12	--	--	--	1,3672	1,2049	--	--	--	--	--	**1,2957**
16	--	--	--	3,3904	--	--	--	--	--	--	**3,3904**
20	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
24	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
28	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
32	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
36	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
40	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
∅***	**--**	**--**	**5,4920**	**1,7316**	**1,2512**	**--**	**--**	**--**	**--**	**--**	**2,0682**

Untersuchungszeitraum 01/1994 bis 04/1996; Gesamtanzahl der VaR-Überschreitungen bei der Historischen Simulation 729 und bei der Monte-Carlo-Simulation 596, keine Darstellung der Klassen mit einer Anzahl der Beobachtungen < 20, wodurch sich die Anzahl der Beobachtungen bei der Historischen Simulation auf 509 und bei der Monte-Carlo-Simulation auf 378 reduziert, * DAX/B = DAX-Kurs geteilt durch Basispreis, ** Rlz = Restlaufzeit in Wochen, *** gewichtete Durchschnittswerte

Tab. 5: Durchschnittliche VaR-Überschreitung für Short-Calls

Insgesamt zeigen diese Ergebnisse, dass der VaR für Short-Calls durch die Black/Scholes-Fehlbewertung systematisch überschätzt wird, wobei die Überschätzung bei der Monte-Carlo-Simulation stärker ausfällt als bei der Historischen Simulation. Intuitiv wird eine Überschätzung des Risikos häufig weniger kritisch betrachtet als eine Unterschätzung, weil man damit „auf der sicheren Seite liegt". Tatsächlich ist aber eine Überschätzung des Risikos ebenso problematisch wie eine Unterschätzung. Bei der VaR-Berechnung würde eine Überschätzung beispielsweise zu einer zu hohen Eigenkapitalhaltung führen.

5. Empirische Ergebnisse für Put-Optionen

Ergebnisse für Long-Puts

Aufgrund der in Tabelle 1 und Abbildung 2 aufgezeigten systematischen Unterbewertung von out-of-the-money-Long-Puts ist bei der Auswertung der VaR-Berechnung für Put-Optionen ein Spiegelbild der Ergebnisse für Calls zu erwarten. Die Ergebnisse in Tabelle 6 und Abbildung 5 bestätigen diese Vermutung. Das durchschnittliche Erfassungsniveau liegt bei 95,55 % für die Historische Simulation und bei 96,27 % für die Monte-Carlo-Simulation. Bei in-the-money-Puts liegen die beobachteten Erfassungsniveaus aber mit Werten von minimal 70,59 % deutlich unter der 95 % Marke. Auch bei at-the-money-Puts ist mit 91,42 % und 92,83 % ein deutlich zu geringes Erfassungsniveau zu beobachten, was auf die leichte Überbewertung dieser Puts zurückgeführt werden kann. Bei out-of-the-money-Puts werden dagegen aufgrund der starken Unterbewertung der Optionen hohe Überschätzungen des Risikos beobachtet. Das durchschnittliche Erfassungsniveau liegt teilweise über 99 %. Die Anzahl der negativen VaR-Werte beträgt bei der Historischen Simulation 41 und bei der Monte-Carlo-Simulation 34.

Bei der Historischen bzw. Monte-Carlo-Simulation treten 964 bzw. 812 VaR-Überschreitungen auf, bei denen keine positiven VaR-Werte vorliegen. Die durchschnittliche Überschreitungshöhe wird in Tabelle 7 angegeben.[19] Sie liegt bei der Historischen Simulation bei 1,31 und bei der Monte-Carlo-Simulation bei 1,29. Bei der Historischen Simulation wird 2 Mal, bei der Monte-Carlo-Simulation 1 Mal das hypothetische Mindesteigenkapital überschritten, wobei nur die Fälle gezählt werden, in denen keine negativen VaR-Werte vorliegen.

[19] Da wieder nur solche Klassen ausgewertet werden, die mit mindestens zwanzig Beobachtungen besetzt sind, verringert sich die Anzahl der VaR-Überschreitungen bei der Historischen Simulation auf 778 und bei der Monte-Carlo-Simulation auf 595.

a) Historische Simulation

	DAX/B*										
Rlz**	**0,85**	**0,90**	**0,95**	**1,00**	**1,05**	**1,10**	**1,15**	**1,20**	**1,25**	**1,30**	**∅*****
4	--	--	0,8990	0,9262	0,9696	0,9979	1,0000	--	--	--	**0,9548**
8	--	--	0,8674	0,9168	0,9613	0,9896	0,9923	1,0000	--	--	**0,9541**
12	--	--	0,8435	0,8886	0,9589	0,9950	1,0000	1,0000	--	--	**0,9504**
16	--	--	0,9099	0,9384	0,9674	0,9848	1,0000	1,0000	--	--	**0,9671**
20	--	--	--	0,9083	0,9661	0,9872	0,9959	1,0000	--	--	**0,9693**
24	--	--	0,7778	0,8516	0,9531	0,9864	0,9955	1,0000	--	--	**0,9460**
28	--	--	--	0,9471	0,9764	0,9912	1,0000	--	--	--	**0,9770**
32	--	--	--	0,8667	0,9516	1,0000	0,9857	--	--	--	**0,9558**
36	--	--	0,7059	0,8941	0,9404	1,0000	0,9808	--	--	--	**0,9251**
40	--	--	--	0,9808	0,9326	--	--	--	--	--	**0,9504**
∅***	**--**	**--**	**0,8677**	**0,9142**	**0,9627**	**0,9920**	**0,9960**	**1,0000**	**--**	**--**	**0,9555**

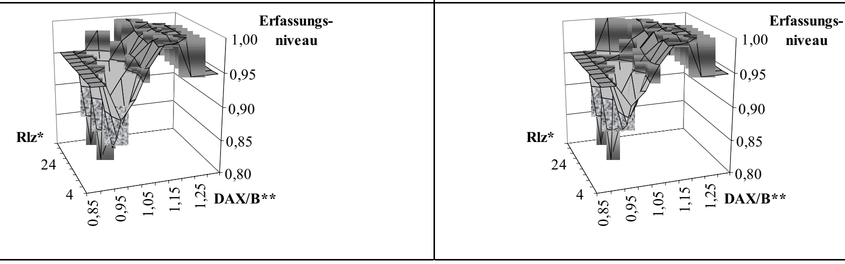
b) Monte-Carlo-Simulation

	DAX/B*										
Rlz**	**0,85**	**0,9**	**0,95**	**1**	**1,05**	**1,1**	**1,15**	**1,2**	**1,25**	**1,3**	**∅*****
4	--	--	0,9197	0,9389	0,9734	0,9979	1,0000	--	--	--	**0,9623**
8	--	--	0,8864	0,9326	0,9681	0,9911	0,9923	1,0000	--	--	**0,9621**
12	--	--	0,8707	0,9059	0,9666	0,9950	1,0000	1,0000	--	--	**0,9586**
16	--	--	0,9099	0,9455	0,9705	0,9870	1,0000	1,0000	--	--	**0,9702**
20	--	--	--	0,9083	0,9758	0,9974	0,9959	1,0000	--	--	**0,9753**
24	--	--	0,7778	0,8789	0,9643	0,9864	0,9955	1,0000	--	--	**0,9544**
28	--	--	--	0,9567	0,9797	0,9912	1,0000	--	--	--	**0,9804**
32	--	--	--	0,8800	0,9570	1,0000	0,9857	--	--	--	**0,9603**
36	--	--	0,7059	0,9176	0,9536	1,0000	0,9808	--	--	--	**0,9339**
40	--	--	--	1,0000	0,9438	--	--	--	--	--	**0,9645**
∅***	**--**	**--**	**0,8845**	**0,9283**	**0,9691**	**0,9934**	**0,9960**	**1,0000**	**--**	**--**	**0,9627**

Untersuchungszeitraum 01/1994 bis 04/1996; Gesamtanzahl der Beobachtungen 21.594, keine Darstellung der Klassen mit einer Anzahl der Beobachtungen < 50, wodurch sich die Anzahl der Beobachtungen auf 21.161 reduziert, * DAX/B = DAX-Kurs geteilt durch Basispreis, ** Rlz = Restlaufzeit in Wochen, *** gewichtete Durchschnittswerte

Tab. 6: Beobachtetes Erfassungsniveau bei einem VaR(95%) für Long-Puts

a) Historische Simulation | b) Monte-Carlo-Simulation



Untersuchungszeitraum 01/1994 bis 04/1996; Gesamtanzahl der Beobachtungen 21.594, Darstellung der Klassen mit einer Anzahl der Beobachtungen < 50 mit Erfassungsniveau von 95 %, wodurch sich die Anzahl der Beobachtungen auf 21.161 reduziert, * DAX/B = DAX-Kurs geteilt durch Basispreis, ** Rlz = Restlaufzeit in Wochen

Abb. 5: Beobachtetes Erfassungsniveau bei einem VaR(95%) für Long-Puts

a) Historische Simulation

	DAX/B*										
Rlz**	**0,85**	**0,90**	**0,95**	**1,00**	**1,05**	**1,10**	**1,15**	**1,20**	**1,25**	**1,30**	**∅*****
4	--	--	1,2883	1,2423	1,1701	--	--	--	--	--	**1,2325**
8	--	--	1,4146	1,2885	1,3484	--	--	--	--	--	**1,3258**
12	--	--	1,5936	1,3515	1,2955	--	--	--	--	--	**1,3619**
16	--	--	--	1,2715	1,2605	--	--	--	--	--	**1,2666**
20	--	--	--	1,4607	--	--	--	--	--	--	**1,4607**
24	--	--	--	1,4514	1,1930	--	--	--	--	--	**1,3594**
28	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
32	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
36	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
40	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
∅***	**--**	**--**	**1,4062**	**1,3100**	**1,2691**	**--**	**--**	**--**	**--**	**--**	**1,3098**

b) Monte-Carlo-Simulation

	DAX/B*										
Rlz**	**0,85**	**0,9**	**0,95**	**1**	**1,05**	**1,1**	**1,15**	**1,2**	**1,25**	**1,3**	**∅*****
4	--	--	1,2963	1,2239	1,1551	--	--	--	--	--	**1,2180**
8	--	--	1,4021	1,2846	1,3448	--	--	--	--	--	**1,3215**
12	--	--	--	1,3277	1,2922	--	--	--	--	--	**1,3144**
16	--	--	--	1,2063	--	--	--	--	--	--	**1,2063**
20	--	--	--	1,3809	--	--	--	--	--	--	**1,3809**
24	--	--	--	1,4300	--	--	--	--	--	--	**1,4300**
28	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
32	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
36	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
40	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
∅***	**--**	**--**	**1,3483**	**1,2892**	**1,2691**	**--**	**--**	**--**	**--**	**--**	**1,2899**

Untersuchungszeitraum 01/1994 bis 04/1996; Gesamtanzahl der VaR-Überschreitungen bei der Historischen Simulation 964, bei der Monte-Carlo-Simulation 812, keine Darstellung der Klassen mit einer Anzahl der Beobachtungen < 20, wodurch sich die Anzahl der Beobachtungen bei der Historischen Simulation auf 778 und bei der Monte-Carlo-Simulation auf 595 reduziert, * DAX/B = DAX-Kurs geteilt durch Basispreis, ** Rlz = Restlaufzeit in Wochen, *** gewichtete Durchschnittswerte

Tab. 7: Durchschnittliche VaR-Überschreitung für Long-Puts

Zwar liefert die VaR-Berechnung für Long-Puts insgesamt befriedigende Ergebnisse, allerdings sind innerhalb der Klassen hohe Unter- und Überschätzungen zu beobachten.

Ergebnisse für Short-Puts

In Tabelle 8 und Abbildung 6 werden die Ergebnisse für Short-Puts angegeben. Das durchschnittliche Erfassungsniveau liegt bei nur 75,11 % für die Historische Simulation und bei 76,13 % für die Monte-Carlo-Simulation. Aufgrund der hohen Überbewertung von in-the-money-Short-Puts liegt das durchschnittliche Erfassungsniveau insbesondere für weit im Geld liegende Optionen nur bei 2,85 % bzw. 3,16 %. Das durchschnittliche Erfassungsniveau nimmt mit abnehmender Restlaufzeit ab. Die

Anzahl der negativen VaR-Werte beträgt bei der Historischen Simulation 4.352 und bei der Monte-Carlo-Simulation 5.199.

Die Tabelle 9 zeigt die durchschnittliche Überschreitungshöhe für die 1.981 bzw. 1.903 VaR-Überschreitungen bei der Historischen bzw. Monte-Carlo-Simulation, bei denen keine negativen VaR-Werte vorliegen.[20] Die durchschnittliche Überschreitungshöhe liegt bei der Historischen Simulation bei 38,14 und bei der Monte-Carlo-Simulation bei 4,27. Der hohe Wert für die Historische Simulation ist durch Ausreißer in der Klasse mit der Restlaufzeit von 4 bis 8 Wochen und einem Verhältnis aus DAX und Basispreis (DAX/B) in der Klasse 1,05 bis 1,10 zu erklären. Bei der Historischen Simulation wird 88 Mal, bei der Monte-Carlo-Simulation 81 Mal das hypothetische Mindesteigenkapital überschritten, wobei nur die Fälle gezählt werden, in denen keine negativen VaR-Werte vorliegen. Es zeigt sich also, dass die Multiplikatorregelung der Bankenaufsicht für diesen Fall keine ausreichende Verlustdeckung bietet und das Modellrisiko nicht hinreichend erfasst.

[20] Da nur solche Klassen ausgewertet werden, die mit mindestens zwanzig Beobachtungen besetzt sind, verringert sich die Anzahl der VaR-Überschreitungen bei der Historischen Simulation auf 1.777 und bei der Monte-Carlo-Simulation auf 1.703.

a) Historische Simulation

	DAX/B*										
Rlz**	**0,85**	**0,90**	**0,95**	**1,00**	**1,05**	**1,10**	**1,15**	**1,20**	**1,25**	**1,30**	**∅*****
4	--	--	0,9223	0,9427	0,8693	0,3323	0,0299	--	--	--	**0,7794**
8	--	--	0,9015	0,9326	0,8934	0,5296	0,0925	0,0182	--	--	**0,7495**
12	--	--	0,8912	0,9200	0,8760	0,6140	0,1701	0,0000	--	--	**0,7624**
16	--	--	0,9189	0,9289	0,8929	0,6529	0,2056	0,0500	--	--	**0,7318**
20	--	--	--	0,9083	0,8886	0,7015	0,3058	0,0508	--	--	**0,6944**
24	--	--	0,8889	0,9375	0,9085	0,6477	0,2946	0,0263	--	--	**0,7022**
28	--	--	--	0,8846	0,8446	0,6416	0,2374	--	--	--	**0,7043**
32	--	--	--	0,8800	0,9086	0,7295	0,3286	--	--	--	**0,7660**
36	--	--	0,9608	0,9176	0,9205	0,6522	0,2500	--	--	--	**0,7797**
40	--	--	--	0,9423	0,8989	--	--	--	--	--	**0,9149**
∅***	**--**	**--**	**0,9121**	**0,9301**	**0,8836**	**0,5561**	**0,1961**	**0,0285**	**--**	**--**	**0,7511**

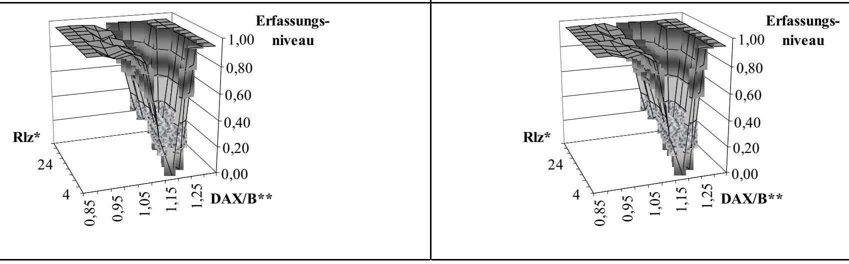
b) Monte-Carlo-Simulation

	DAX/B*										
Rlz**	**0,85**	**0,9**	**0,95**	**1**	**1,05**	**1,1**	**1,15**	**1,2**	**1,25**	**1,3**	**∅*****
4	--	--	0,9275	0,9460	0,8780	0,3462	0,0373	--	--	--	**0,7868**
8	--	--	0,9167	0,9406	0,9049	0,5510	0,0977	0,0182	--	--	**0,7620**
12	--	--	0,9184	0,9265	0,8843	0,6310	0,1743	0,0000	--	--	**0,7728**
16	--	--	0,9279	0,9265	0,8960	0,6790	0,2016	0,0500	--	--	**0,7384**
20	--	--	--	0,9127	0,8935	0,7296	0,3058	0,0508	--	--	**0,7049**
24	--	--	0,9074	0,9414	0,9152	0,6667	0,3080	0,0395	--	--	**0,7134**
28	--	--	--	0,9038	0,8514	0,6726	0,2446	--	--	--	**0,7204**
32	--	--	--	0,9067	0,9086	0,7295	0,3571	--	--	--	**0,7748**
36	--	--	0,9804	0,9176	0,9272	0,6696	0,2500	--	--	--	**0,7885**
40	--	--	--	0,9615	0,9213	--	--	--	--	--	**0,9362**
∅***	**--**	**--**	**0,9250**	**0,9359**	**0,8919**	**0,5759**	**0,2013**	**0,0316**	**--**	**--**	**0,7613**

Untersuchungszeitraum 01/1994 bis 04/1996; Gesamtanzahl der Beobachtungen 21.594, keine Darstellung der Klassen mit einer Anzahl der Beobachtungen < 50, wodurch sich die Anzahl der Beobachtungen auf 21.161 reduziert, * DAX/B = DAX-Kurs geteilt durch Basispreis, ** Rlz = Restlaufzeit in Wochen, *** gewichtete Durchschnittswerte

Tab. 8: Beobachtetes Erfassungsniveau bei einem VaR(95%) für Short-Puts

a) Historische Simulation | b) Monte-Carlo-Simulation



Untersuchungszeitraum 01/1994 bis 04/1996; Gesamtanzahl der Beobachtungen 21.594, Darstellung der Klassen mit einer Anzahl der Beobachtungen < 50 mit Erfassungsniveau von 95 %, wodurch sich die Anzahl der Beobachtungen auf 21.161 reduziert, * DAX/B = DAX-Kurs geteilt durch Basispreis, ** Rlz = Restlaufzeit in Wochen

Abb. 6: Beobachtetes Erfassungsniveau bei einem VaR(95%) für Short-Puts

a) Historische Simulation

	DAX/B*										
Rlz*	**0,85**	**0,90**	**0,95**	**1,00**	**1,05**	**1,10**	**1,15**	**1,20**	**1,25**	**1,30**	**Ø*****
4	--	--	1,3632	1,4569	2,5636	11,9129	--	--	--	--	**3,5608**
8	--	--	1,4638	1,5058	2,3710	408,239	--	--	--	--	**129,18**
12	--	--	--	1,4968	1,9800	7,1939	--	--	--	--	**3,9234**
16	--	--	--	1,6900	2,4309	23,1847	--	--	--	--	**11,355**
20	--	--	--	1,4728	2,7663	5,0951	--	--	--	--	**3,5879**
24	--	--	--	--	2,2754	5,5481	--	--	--	--	**4,2520**
28	--	--	--	1,5723	1,8059	6,6964	--	--	--	--	**3,9260**
32	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
36	--	--	--	--	--	5,4325	--	--	--	--	**5,4325**
40	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
Ø***	**--**	**--**	**1,4099**	**1,5072**	**2,3019**	**103,438**	**--**	**--**	**--**	**--**	**38,142**

b) Monte-Carlo-Simulation

	DAX/B*										
Rlz*	**0,85**	**0,9**	**0,95**	**1**	**1,05**	**1,1**	**1,15**	**1,2**	**1,25**	**1,3**	**Ø*****
4	--	--	1,3221	1,4116	8,0000	7,8260	--	--	--	--	**5,4473**
8	--	--	1,4838	1,4991	2,1411	8,7310	--	--	--	--	**4,2029**
12	--	--	--	1,4664	1,7964	5,7127	--	--	--	--	**3,3617**
16	--	--	--	1,6216	2,0411	5,4181	--	--	--	--	**3,4714**
20	--	--	--	1,4179	2,3690	14,0607	--	--	--	--	**7,6574**
24	--	--	--	--	1,8119	4,4649	--	--	--	--	**3,4633**
28	--	--	--	1,6110	1,7575	4,1498	--	--	--	--	**2,7875**
32	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
36	--	--	--	--	--	4,3360	--	--	--	--	**4,3360**
40	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	**--**
Ø***	**--**	**--**	**1,3932**	**1,4791**	**3,2759**	**7,0051**	**--**	**--**	**--**	**--**	**4,2738**

Untersuchungszeitraum 01/1994 bis 04/1996; Gesamtanzahl der VaR-Überschreitungen bei der Historischen Simulation 1.981 und bei der Monte-Carlo-Simulation 1.903, keine Darstellung der Klassen mit einer Anzahl der Beobachtungen < 20, wodurch sich die Anzahl der Beobachtungen bei der Historischen Simulation auf 1.777 und bei der Monte-Carlo-Simulation auf 1.703 reduziert, * DAX/B = DAX-Kurs geteilt durch Basispreis, ** Rlz = Restlaufzeit in Wochen, *** gewichtete Durchschnittswerte

Tab. 9: Durchschnittliche VaR-Überschreitung für Short-Puts

6. Fazit

Die empirischen Ergebnisse der Untersuchung haben gezeigt, dass das Modellrisiko eine erhebliche Unsicherheit bei der VaR-Berechnung für Optionen verursachen kann. Überbewertungen der Optionen, die sich für Long-Calls und Short-Puts festgestellt werden, führen zu einer starken Unterschätzung der VaR-Werte. Als Folge werden zu geringe, teilweise sogar negative VaR-Werte beobachtet. Die beobachteten Erfassungsniveaus liegen weit unter den erwarteten Werten. Die Anzahl der Eigenkapitalaufzehrungen ist für diese Optionen hoch. Die bankaufsichtliche Multiplikatorregelung kann keinen genügenden Puffer für das Modellrisiko liefern.

Für Short-Calls und Long-Puts wird das Risiko im Durchschnitt überschätzt, wobei sich in bestimmten Klassen auch hohe Unterbewertungen feststellen lassen. Auch wenn eine Überschätzung des Risikos nicht mit negativen Folgen wie Eigenkapitalaufzehrungen verbunden ist, so ist auch dieses Ergebnis unbefriedigend. Denn überschätzte VaR-Werte würden unmittelbar zu einer zu hohen Eigenkapitalhaltung führen.

Auch wenn wir nicht unterstellen, dass im Risikomanagement der Banken die VaR-Werte mit unserem Ansatz berechnet werden, so stellt das *Modellrisiko* im Risikomanagement derivativer Geschäfte eine erhebliche Unsicherheit dar. Wenn - wie in dieser Untersuchung – nur eine einzige implizite („at-the-money") Volatilität für Optionen einer Laufzeitreihe, aber mit unterschiedlichen Basispreisen verwendet wird, muss das Bewertungsrisiko voll auf die VaR-Berechnung durchschlagen. Im Rahmen weiterer Arbeiten sollen deshalb die im 3. Abschnitt vorgestellten anderen beiden Ansätze untersucht werden. Dabei sollen dann verschiedene implizite Volatilitäten für Optionen einer Laufzeitreihe verwendet bzw. die Optionspreisänderung in t+1 aus der Differenz der Modellwerte in t+1 und t ermittelt werden. Erste Ergebnisse für diesen Ansatz zeigen eine deutliche Verbesserung der Messgenauigkeit. Schließlich könnte auch untersucht werden, ob sich die VaR-Berechnung durch den Einbezug stochastischer Volatilitäten und Zinsen sowie anderer Optionspreismodelle verbessern lässt. Zudem wäre es aus Sicht einer Bank interessant zu ermitteln, welche Ergebnisse für Options-Portefeuilles erzielt werden.

Literaturverzeichnis

Basler Ausschuss für Bankenaufsicht (Basler Ausschuss für Bankenaufsicht, 1996a): Änderung der Eigenkapitalvereinbarung zur Einbeziehung der Marktrisiken, Basel 1996.

Basler Ausschuss für Bankenaufsicht (Basler Ausschuss für Bankenaufsicht, 1996b): Aufsichtliches Rahmenkonzept für Backtesting (Rückvergleiche) bei der Berechnung des Eigenkapitalbedarfs zur Unterlegung des Marktrisikos mit bankeigenen Modellen, Basel 1996.

Beinert M. / Trautmann, S. (Beinert / Trautmann, 1992): Verlaufsmuster der impliziten Aktienvolatilität, Arbeitspapier, Lehrstuhl für Finanzwirtschaft, Johannes-Gutenberg-Universität Mainz, 1992.

Bühler, W. / Korn, O. / Schmidt, A. (Bühler / Korn / Schmidt, 1998): Ermittlung von Eigenkapitalanforderungen mit „Internen Modellen“, in: Die Betriebswirtschaft, 58. Jg., 1998, Nr. 1, S. 64-85.

Bundesaufsichtsamt für das Kreditwesen (BAKred, 1997a): Bekanntmachung über die Änderung und Ergänzung der Grundsätze über das Eigenkapital und die Liquidität der Kreditinstitute vom 29.10.1997.

Bundesaufsichtsamt für das Kreditwesen (BAKred, 1997b): Erläuterungen zur Bekanntmachung über die Änderung und Ergänzung der Grundsätze über das Eigenkapital und die Liquidität der Kreditinstitute vom 29.10.1997.

Corrado, J. / Miller , T. W. (Corrado / Miller, 1996): A Note on a Simple, Accurate Formula to Compute Implied Standard Deviations, in: Journal of Banking and Finance, Vol. 20, 1996, S. 595-603.

Duffie, D. / Pan, J. (Duffie / Pan 1997): An Overview of Value at Risk, in: Journal of Derivatives, Vol. 4, 1997, No. 3, S. 7-49.

Dumas, B. / Fleming, J. / Whaley, R. E. (Dumas / Fleming / Whaley, 1996): Implied Volatility Functions: Empirical Tests, Working Paper, Fuqua School of Business, Duke University, Durham, North Carolina, 1996.

Eberlein, E. / Keller, U. / Prause, K. (Eberlein / Keller / Prause, 1998): New Insight into Smile, Mispricing, and Value at Risk: The Hyperbolic Model, in: Journal of Business, Vol. 71, 1998, No. 1, S. 371-405,

Franke, G. / Hax, H. (Franke / Hax, 1999): Finanzwirtschaft des Unternehmens und Kapitalmarkt, Berlin u.a. 1999.

French, D. (French, 1984): The Weekend Effect on the Distribution of Stock Prices, Implication for Option Pricing, in: Journal of Financial Economics, Vol. 13, 1984, S. 547-559.

Geske, R. / Trautmann, S. (Geske / Trautmann, 1985): Option Valuation: Theory and Empirical Evidence, in: Bamberg, G. / Spremann, K. (Hrsg.), Capital Market Equilibria, Berlin u.a., 1985, S. 80-133.

Gibson, R. / Lhabitant, F.-S. / Pistre, N. / Talay, D. (Gibson et al., 1999): Interest rate model Risk: an overview, in: Journal of Risk, Vol. 1, 1999, No. 3, S. 37-62.

Global Derivatives Study Group (1993): Derivatives: Practices and Principles, Group of Thirty (Hrsg.), Washington D. C.

Johanning, L. (Johanning, 1998): Value-at-Risk zur Marktrisikosteuerung und Eigenkapitalallokation, Bad Soden 1998.

Johanning, L. (Johanning, 2000): Gefahren einer VaR-basierten Eigenkapitalregulierung bei Optionen, in: Conrad, A. C. / Stahl, M. (Hrsg.), Risikomanagement an internationalen Finanzmärkten, Stuttgart 2000.

Pritsker, Matthew (1997): Evaluating Value-at-Risk Methodologies: Accuracy versus Computational Time, in: Journal of Financial Services Research, Vol. 13, 1997, No. 2/3, S. 201-242.

Rubinstein, M. (Rubinstein, 1985): Nonparametric Tests of Alternative Option Pricing Models Using All Reported Trades and Quotes on the 30 Most Active CBOE Option Classes from August 23, 1976 through August 31, 1978, in: Journal of Finance, Vol. 40, 1985, No. 2, S. 455-480.

Schäfer, K. (Schäfer, 1995): Einsatz und Bewertung von Optionen und Futures, in: Rudolph, B. (Hrsg.), Derivative Finanzinstrumente, Stuttgart, 1995, S. 45-130.

Trautmann, S. (Trautmann, 1989): Aktienoptionspreise an der Frankfurter Optionsbörse im Lichte der Optionsbewertungstheorie, in: Finanzmarkt und Portfolio Management, 3. Jg., 1989, Nr. 3, S. 210-225.

Uhlir, H. / Sièvi, F. (Uhlir / Sièvi, 1990): Ermittlung der Eingabeparameter für die Optionspreisberechnung, in: Die Bank, 1990, Nr. 7, S. 396-399.